Correction du controle de mécanique

ISA BTP Première année.

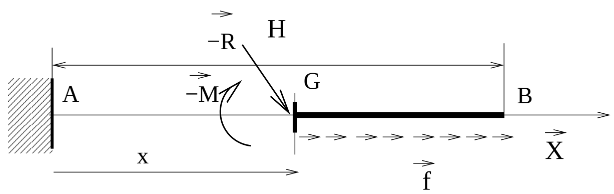
26 juin 2002.

1 Chargement combiné sur une barre :

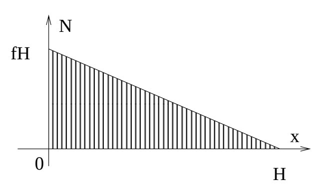
1.1 Chargements simples :

1.1.1 Cas de charge 1 :

Calcul des sollicitations : On isole Ω^+ :



$$-\overrightarrow{R} + f(H-x)\overrightarrow{X} = 0 \Rightarrow \begin{cases} N = f(H-x) \\ V_y = 0 \end{cases} \text{ et } \overrightarrow{M} = \overrightarrow{0}$$



Calcul de la déformée : $\varepsilon_{xx} = \frac{dU_x}{dx} = \frac{N}{EA}$ soit $U_x(x) = \frac{f}{EA}(Hx - \frac{x^2}{2}) + C_1$ avec $U_x(0) = 0$ soit $C_1 = 0$

on obtient donc :

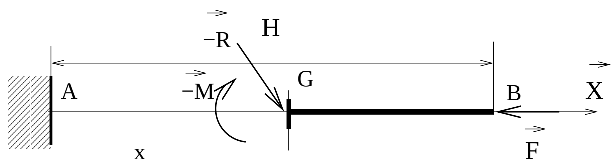
$$U_x(x) = \frac{f}{EA}\left(Hx - \frac{x^2}{2}\right)$$

et

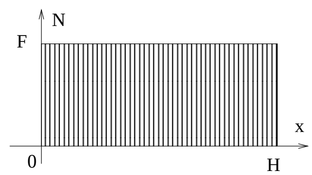
$$\delta_B = \frac{f}{EA}\frac{H^2}{2}$$

1.1.2 Cas de charge 2 :

Calcul des sollicitations :
On isole Ω^+ :



$$-\overrightarrow{R} + F\overrightarrow{X} = 0 \Rightarrow \begin{cases} N = F \\ V_y = 0 \end{cases} \text{ et } \overrightarrow{M} = \overrightarrow{0}$$



Calcul de la déformée : $\varepsilon_{xx} = \frac{dU_x}{dx} = \frac{N}{EA}$ soit $U_x(x) = \frac{F}{EA}x + C_1$ avec $U_x(0) = 0$ soit $C_1 = 0$ on obtient donc :

$$U_x(x) = \frac{F}{EA}x$$

et

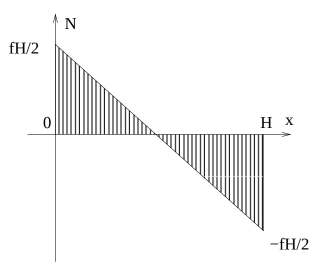
$$\delta_B = \frac{F}{EA}H$$

1.2 Charge combinée :

Calcul de F : $\delta_B = \frac{1}{EA}\left(f\frac{H^2}{2} + FH\right) = 0$ soit :

$$F = -f\frac{H}{2}$$

Sollicitations et diagrammes : $N = f(H - x) - f\frac{H}{2}$ soit $N = f(\frac{H}{2} - x)$, $V_y = 0$, $M_{fz} = 0$



Diamètre de la barre : La condition de résistance est : $\frac{N_{max}}{A} < \sigma_e$ avec $A = \Pi\frac{D^2}{4}$ et $N_{max} = f\frac{H}{2}$. On obtient donc :

$$D > \sqrt{\frac{4}{\Pi}\frac{fH}{2\sigma_e}} \simeq 6,31cm$$

2 Poutre en porte à faux :

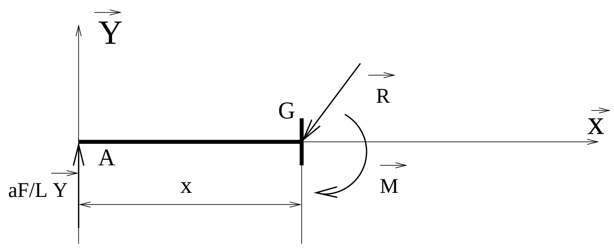
2.1 Calcul des réactions d'appui :

Equation de moment en A : $L\overrightarrow{X} \wedge Y_B\overrightarrow{Y} + (L+a)\overrightarrow{X} \wedge F\overrightarrow{Y} = 0$ soit : $Y_B = -\frac{L+a}{L}F$
Projection de la résultante sur l'axe $\overrightarrow{Y}$: $Y_A + Y_B + F = 0$ soit : $Y_A = \frac{a}{L}F$

2.2 Sollicitations et diagrammes :

2.2.1 $G \in [AB]$:

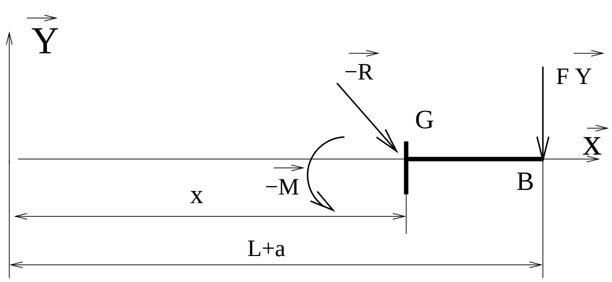
Isolons Ω^- :



$\overrightarrow{R} + \frac{a}{L}F\overrightarrow{Y} = 0 \Rightarrow \begin{cases} N = 0 \\ V_y = -\frac{a}{L}F \end{cases}$
et $\overrightarrow{M} - x\overrightarrow{X} \wedge \frac{a}{L}F\overrightarrow{Y} = \overrightarrow{0} \Rightarrow M_{fz} = \frac{a}{L}Fx$

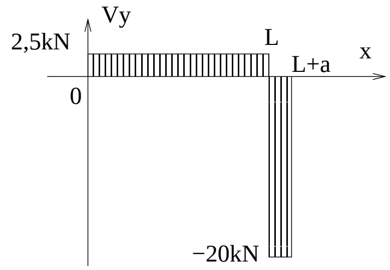
2.2.2 $G \in [BC]$:

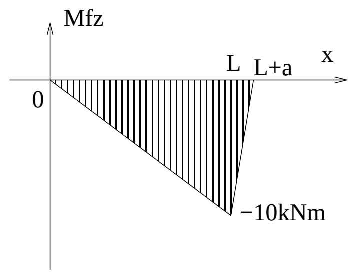
Isolons Ω^+ :



$-\overrightarrow{R} + F\overrightarrow{Y} = 0 \Rightarrow \begin{cases} N = 0 \\ V_y = F \end{cases}$
et $-\overrightarrow{M} + (L+a-x)\,\overrightarrow{X} \wedge F\overrightarrow{Y} = \overrightarrow{0} \Rightarrow M_{fz} = F\,(L+a-x)$

2.2.3 Diagrammes :





2.2.4 Calcul de la hauteur :

La condition de résistance est $\frac{|Mf|_{max}}{I_{Gz}}\frac{h}{2} < \sigma_e$
avec $I_{Gz} = \frac{bh^3}{12}$et $|Mf|_{max} = -aF$ on obtient : $\frac{-12aF}{bh^3}\frac{h}{2} < \sigma_e$ soit :

$$h > \sqrt{\frac{-6aF}{b\sigma_e}} \simeq 27,4cm$$

2.2.5 Déformée entre A et B :

$EI_{Gz}\frac{d^2Y}{dx^2} = \frac{a}{L}Fx$ soit : $EI_{Gz}\frac{dY}{dx} = \frac{a}{L}F\frac{x^2}{2} + C_1$ et $EI_{Gz}Y = \frac{a}{L}F\frac{x^3}{6} + C_1x + C_2$ avec $Y(0) = 0 \Rightarrow C_2 = 0$ et $Y(L) = 0 \Rightarrow C_1 = -aF\frac{L}{6}$

$$Y(x) = \frac{a}{6EI_{Gz}L}F\left(x^3 - L^2x\right) = \frac{a}{6EI_{Gz}L}Fx\left(x-L\right)\left(x+L\right)$$

et $\frac{dY}{dx} = \frac{a}{6EI_{Gz}L}F\left(3x^2 - L^2\right)$ s'annule en $x = \frac{L}{\sqrt{3}}$

$$\delta = Y\left(\frac{L}{\sqrt{3}}\right) = -\frac{a}{9\sqrt{3}EI_{Gz}}FL^2 \simeq 0,75mm$$

3 Vérification d'une poutre IPN 300.

Pour le problème posé, $|M_f|_{max} = |q|\frac{L^2}{8}$ et la condition de résistance est $\frac{|Mf|_{max}}{\frac{I_{Gz}}{v}} < \sigma_e$ dans l'extrait de catalogue, on repère $\frac{I_{Gz}}{v} = \frac{I_x}{V_x} = 653cm^3$

$$|q| < \frac{8\sigma_e}{L^2}\frac{I_x}{V_x} \simeq 78,36kN$$